

Bemerkungen zum Nachweis der Wellennatur von Ionenstrahlen

H.-J. Beier

Optisches Institut der Technischen Universität Berlin

(Z. Naturforsch. **29a**, 1233–1235 [1974]; eingegangen am 21. 6. 1974)

Remarks to the Demonstration of the Wave Nature of Ion Beams

At sufficiently high energies (about 30 keV) the diffraction of ion beams at atoms can be observed. The steepness of the descending part of the interaction potential has a very sensible influence on the diffraction pattern. This is shown by comparison of the diffraction effect for different kinds of potentials.

Für die Durchführung von Beugungsversuchen mit Materiewellen bereitet das Finden geeigneter beugender Objekte, die in ihren Dimensionen der Materiewellenlänge angepaßt sind, im allgemeinen große Schwierigkeiten. Es kommt hinzu, daß häufig zusätzliche Wechselwirkungen zwischen Teilchen und Objekt auftreten, die die eigentlichen Beugungsscheinungen überdecken.

In dieser Arbeit sollen einige Aspekte zur Beugung von Alkali-Ionen im Energiebereich um 30 keV an Edelgasatomen aufgezeigt werden. Atome sind in ihren Dimensionen Materiewellenlängen in der Größenordnung 10^{-12} cm angemessen und führen auch zu relativ gut ausgebildeten Beugungsscheinungen. Dagegen muß die Beugung an der Struktur von Molekülen¹ als komplexerer Vorgang gewertet werden und die dabei auftretenden Effekte sind offensichtlich auch relativ schwach².

Um ein Maß für die Dimension des beugenden Atoms zu erhalten, muß die Wechselwirkung zwischen Ion und Atom ins Auge gefaßt werden. Diese an sich recht komplizierte Wechselwirkung kann für die Beschreibung der Beugung stark vereinfacht werden, wenn hinreichend hohe Energien betrachtet werden. Dann kann die Wechselwirkung zwischen Ion und Atom als reines Repulsivpotential angesehen werden. Die Attraktivkomponenten des Wechselwirkungspotentials üben bei hinreichend hohen Energien nur einen Einfluß im Winkelbereich unterhalb der Beugungsscheinung aus³ und können daher zur Beschreibung der Beugung vernachlässigt werden.

Zur Beschreibung des Beugungseffektes von Alkali-Ionen an Edelgasatomen ist das einfache nach Yukawa abgeschirmte Coulombpotential

$$V(r) = Z_{\text{eff}}(e_0^2/r) e^{-r/R_c} \quad (1)$$

gut geeignet⁴. Die in diesem Potential auftretenden Parameter effektive Kernladungszahl Z_{eff} und Ab-

Sonderdruckanforderungen an Priv.-Doz. Dr. H.-J. Beier, Optisches Institut, D-1000 Berlin 12, Straße des 17. Juni 135.

schirmradius R_c (es bedeuten ferner: e_0 = Elementarladung, r = Abstand zwischen Ion und Atom) können aus den Lagen und Amplituden der Beugungsextrema ermittelt werden⁵.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß die Steilheit des Potentials den entscheidenden Einfluß auf die Beugungsscheinung ausübt. Zu diesem Zweck wurde der differentielle Streuquerschnitt im interessierenden Winkelbereich für verschiedene Modellpotentiale nach dem an anderer Stelle⁶ angegebenen Verfahren berechnet. Um einen geeigneten Vergleich durchführen zu können, wurde das System $^7\text{Li}^+$ -Ar zugrunde gelegt⁵ und die Energie 30 keV gewählt. Es wurden das Exponentialpotential

$$V(r) = C_e e^{-r/R_c} \quad (2)$$

und verschiedene Potenzpotentiale

$$V(r) = C_n/r^n \quad (3)$$

untersucht. Die Konstanten C_e und C_n in diesen Potentialen wurden so angepaßt, daß die Lage des ersten Beugungsmaximums in allen Fällen übereinstimmt. Zur Anpassung wurde die Bedingung³

$$k \cdot b(\vartheta_{\text{max},1}) \cdot \vartheta_{\text{max},1} = 2 \quad (4)$$

herangezogen. In Gl. (4) ist k die Wellenzahl, $\vartheta_{\text{max},1}$ die Lage des ersten Beugungsmaximums und $b(\vartheta_{\text{max},1})$ der Stoßparameter der klassischen Teilchenbahn, die zum ersten Beugungsmaximum führt. Aus der Kombination von Gl. (4) mit der zum jeweiligen Modellpotential gehörenden klassischen Ablenkungsfunktion kann bei Vorgabe der Lage des ersten Beugungsmaximums die interessierende Potentialkonstante berechnet werden.

In Abb. 1 sind die untersuchten Modellpotentiale aufgetragen. Die von diesen Potentialen hervorgerufenen Beugungsscheinungen zeigt Abbildung 2. Dargestellt ist der Verlauf des relativen differentiellen Streuquerschnitts in Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ . Im relativen Streuquerschnitt, der den quantenmechanischen Streuquerschnitt $I(\vartheta)$, bezogen auf den klassischen Streuquerschnitt $I_{\text{kl}}(\vartheta)$ darstellt,

$$I_{\text{rel}}(\vartheta) = I(\vartheta)/I_{\text{kl}}(\vartheta) - 1 \quad (5)$$

kommt die Beugungsscheinung besonders klar zum Ausdruck.

Es ist interessant, die beiden Grenzfälle zu betrachten. Das am flachsten verlaufende Potential ist das nichtabgeschirmte proportional $1/r$ abfallende reine Coulomb-Potential. Für dieses Potential ergibt sich sowohl nach klassischer als auch nach quantenmechanischer Rechnung⁷ der bekannte monoton verlaufende Rutherford-Streuquerschnitt (Abbildung 3 g). Anschaulich gesehen entspricht dem reinen Coulomb-Potential ein unendlich ausgedehntes beu-



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

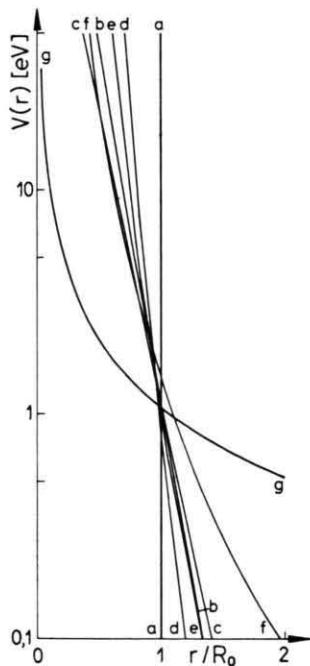


Abb. 1. Verschiedene Modellpotentiale. a) Starre elastische Kugeln ($R_0 = 1,745 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$); b) abgeschirmtes Coulomb-Potential [Gl. (1) mit $Z_{\text{eff}} = 54$ und $R_c = 0,289 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$]; c) Exponentialpotential [Gl. (2) mit $C_e = 473,3 \text{ eV}$ und $R_c = 0,289 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$]; d) Potenzpotential mit $n = 12$ und $C_{12} = 6,39 \cdot 10^{-94} \text{ eV} \cdot \text{cm}^{12}$; e) Potenzpotential mit $n = 8$ und $C_8 = 8,52 \cdot 10^{-63} \text{ eV} \cdot \text{cm}^8$; f) Potenzpotential mit $n = 4$ und $C_4 = 1,34 \cdot 10^{-31} \text{ eV} \cdot \text{cm}^4$; g) reines Coulomb-Potential [Gl. (1) mit $R_c \rightarrow \infty$], die Ordinate ist mit 418 zu multiplizieren.

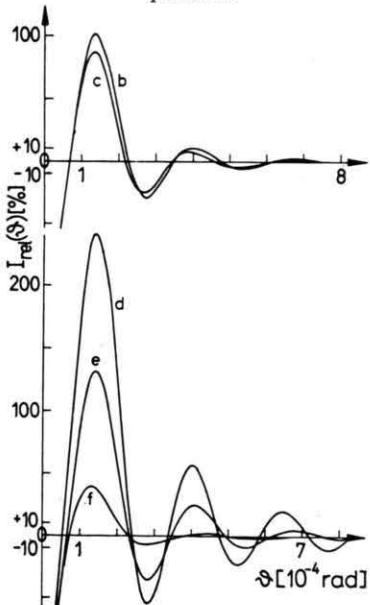


Abb. 2. Relativer Streuquerschnitt I_{rel} in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ theoretisch berechnet für die Potentiale b bis f nach Abb. 1 bei 30 keV.

gendes Partikel, so daß in diesem Grenzfall die Beugung vollkommen verschwindet. Allen stärker abfallenden Potentialen und insbesondere auch dem abgeschirmten Coulomb-Potential entsprechen endlich ausgedehnte beugende Partikel. Allerdings liegen in diesen Fällen keine Partikel mit scharf begrenzter Ausdehnung vor. Dieses Verhalten führt dazu, daß in einem Diagramm, in dem die Lagen der Beugungsexrema in Abhängigkeit vom Kehrwert der Wellenzahl aufgetragen sind, sich schwach gekrümmte Kurven ergeben⁴. Der für die Beugung wirksame „Atomdurchmesser“ ist energieabhängig, da bei verschiedenen Energien auch verschiedene Potentialbereiche abgetastet werden. Außerdem bewirkt dieses Verhalten, daß bei fester Energie die Abstände zwischen den einzelnen Beugungsexrema nicht konstant sind und die Amplituden der Beugungsexrema in charakteristischer Weise abklingen. Je flacher das Potential verläuft, desto stärker klingt die Beugungerscheinung ab.

Der Grenzfall des steilsten Potentials ist das Potential starrer elastischer Kugeln (Abbildung 1 a). Der nach diesem Potential der beugenden Partikel zugeordnete scharfe Radius R_0 führt zu einer extrem stark ausgeprägten Beugungerscheinung (Abbildung 3 a). Hier sind die Abstände zwischen den Beugungsexrema konstant und nur abhängig von R_0 und der Materiewellenlänge.

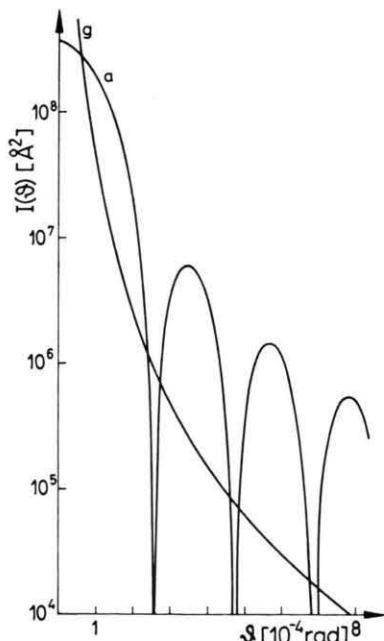


Abb. 3. Differentielle Streuquerschnitte für das Potential starrer elastischer Kugeln (a) und das reine Coulomb-Potential (g). Für letzteres ist die Ordinate mit dem Faktor $1,75 \cdot 10^5$ zu multiplizieren. Energie 30 keV.

Es ist ersichtlich, daß der Beugungseffekt besonders empfindlich gegenüber der Steilheit des Wechselwirkungspotentials ist. Auch so nahe beieinander liegende Potentiale wie das abgeschirmte Coulomb-Potential und das entsprechend angepaßte Exponentialpotential (vgl. Abb. 1 b und c) führen zu deutlichen Unterschieden in der Beugungerscheinung (vgl. Abb. 2 b und c). Besonders die unterschiedlich abklingenden Amplituden der Beugungsextrema sind

sehr empfindlich abhängig vom Charakter des Potentialabfalls. Mit dem Beugungseffekt können somit detaillierte Aussagen über den funktionellen Verlauf des abfallenden Teils des Wechselwirkungspotentials gewonnen werden. Insbesondere sollte dieser Effekt auch nützlich sein, um den Repulsivterm des Wechselwirkungspotentials zwischen Neutralatomen zu ermitteln.

¹ H. J. Yearian, *J. Chem. Phys.* **8**, 24 [1940].

² G. Forst, *Acta Phys. Acad. Sci. Hung.* **25**, 153 [1968].

³ H.-J. Beier, *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.* **6**, 683 [1973].

⁴ H.-J. Beier, *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.* **6**, 2564 [1973].

⁵ H.-J. Beier, *Z. Phys.* **267**, 55 [1974].

⁶ H.-J. Beier, *Z. Phys.* **267**, 49 [1974].

⁷ N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc. London A* **118**, 542 [1928].